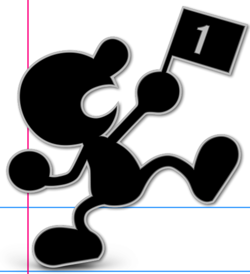

Apoyo Matematico

tutor = ALAN MONTT

Clase 29/05/2020

UNIVERSIDAD DE TARAPACÁ
Universidad del Estado

• Factorizacion y Raices de Polinomios

1. Factorizar y determinar las raíces de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6$

b) $Q(x) = -19x^2 + x^3 - 49x + x^4 - 30$

c) $R(x) = x^6 + 2x^5 - 3x^4 - 4x^3 + 4x^2$

d) $T(x) = x^5 + 6x^4 + 5x^3 - 36x - 24x^2$

2. Factorice e indique las raíces de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 2x^4 + x^3 + 8x^2 + 4x$

b) $Q(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

c) $R(x) = 2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6$

d) $S(x) = x^5 - 12x^3 - 2x^2 + 27x + 18$

e) $T(x) = 2x^6 - 30x^4 + 20x^3 + 48x^2$

El teorema del Resto nos permite obtener raices de polinomios dificiles de factorizar

Raices de Polinomios

{Los valores que hacen 0 un polinomio}

$P(x) = x^2 + 3x + 2 = 0$

$P(x) = x^2 + 3x + 2 = 0$ → ~~Formula Ec Cuadratica~~ → Factorización

$$x^2 + 3x + 2 = \underbrace{(x+2)(x+1) = 0}_{\text{Nos enfocamos en esta parte}}$$

$$\Rightarrow \overbrace{(x+2)}^{a}\underbrace{(x+1)}_{b} = 0$$

$a \cdot b = 0$

$a = 0 \lor b = 0$

$\Rightarrow (x+2) = 0 \Rightarrow x = -2$

$(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1$

Las raices son $\{-2, -1\}$

Ahora lo resolveremos con Teorema del Resto

$P(x) = x^2 + 3x + \underline{2}$

1) Determinamos el p y q

$P = \{\pm 1, \pm 2\}$ $\qquad$ $q = \{\pm 1\}$

Las posibles raices son de la siguiente manera

$\frac{P}{q} = \{\pm 1, \pm 2\}$ $\qquad$ ¿Que hago ahora?

Aplicamos la division sintetica considerando "a" como un elemento de $\frac{P}{q}$

$\Rightarrow$ Si $a = 1$

1	3	2	1
	1	4	
1	4	$\boxed{6}$	

Como el resto no es "0" "1" no es una raiz $P(x)$

$\Rightarrow$ Si $a = -1$

1	3	2	-1
	-1	-2	
1	2	$\boxed{0}$	

$q(x)$: $\underbrace{1 \quad 2}$

Como el resto es "0" "-1" es una raiz $P(x)$

$(x - a) \Rightarrow (x + 1)$

$q(x) = x + 2$

Ahora nos enfocamos en el nuevo cociente

$P(x) = x^2 + 3x + 2$, Algoritmo Division: $P(x) = d(x)\, q(x)$

Entonces $P(x) = x^2+3x+2 = (x+1)(x+2)$

Si igualan $P(x)=0 \Rightarrow (x+1)(x+2)=0$

$(x+1)=0 \Rightarrow x=-1$

$(x+2)=0 \Rightarrow x=-2$

$\therefore$ Las raíces son $\{-1,-2\}$

1. Factorizar y determinar las raíces de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6$

b) $Q(x) = -19x^2 + x^3 - 49x + x^4 - 30$

c) $R(x) = x^6 + 2x^5 - 3x^4 - 4x^3 + 4x^2$

d) $T(x) = x^5 + 6x^4 + 5x^3 - 36x - 24x^2$

$P(x) = x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6$

$= x^3(x+3) - (3x^2+11x+6)$

Aparte: $3x^2+11x+6 \rightarrow \begin{matrix}(3x+2)\\(x+3)\end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix}2x\\9x\end{matrix} = 11x$

$P(x) = x^3(x+3) - (x+3)(3x+2)$

$= (x+3)\underbrace{(x^3-3x-2)}_{A(x)} = 0$

Aplicaremos el Teorema del Resto a $A(x)$ ya que queremos factorizarla

$$A(x) = 1x^3 - 3x - 2 \Rightarrow p = \{\pm 1, \pm 2\}$$
$$q = \{\pm 1\}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{q} = \{\pm 1, \pm 2\}$$

Si $a = 2 \Rightarrow$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -3 & -2 & 2 \\ & 2 & 4 & 2 & \\ \hline 1 & 2 & 1 & \boxed{0} & \end{array} \qquad d_1(x) = (x-2)$$

$\therefore$ 2 es una raíz del Polinomio

Si $a = ?$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 \\ & -1 & -1 & \\ \hline 1 & 1 & \boxed{0} & \end{array} \qquad d_2(x) = (x+1)$$

$\therefore -1$ es una raíz del polinomio

$$q(x) = x + 1$$

Tenemos que $A(x) = d_1(x)\, d_2(x)\, q(x)$

$$A(x) = x^3 - 3x - 2 = (x-2)(x+1)(x+1)$$

$$\Rightarrow P(x) = (x+3)(x^3 - 3x - 2) = (x+3)(x-2)(x+1)^2$$

Calculamos las raíces igualando $P(x)=0$

$(x+3)(x-2)(x+1)^2=0$

$a\cdot b\cdot c\cdot d=0$

$a=0 \quad c=0$

$b=0 \quad d=0$

$\Rightarrow (x+3)=0 \Rightarrow x=-3$

$\Rightarrow (x-2)=0 \Rightarrow x=2$

$\Rightarrow (x+1)^2=0 / \sqrt{} \Rightarrow (x+1)=0 \Rightarrow x=-1$

$\therefore$ Las raíces son $\{-3,-1,2\}$ //

2. Factorice e indique las raíces de los siguientes polinomios:

a) $P(x)=2x^4+x^3+8x^2+4x$

→ b) $Q(x)=x^3-x^2-4x+4$

c) $R(x)=2x^4+x^3-8x^2-x+6$

d) $S(x)=x^5-12x^3-2x^2+27x+18$

e) $T(x)=2x^6-30x^4+20x^3+48x^2$

b) $Q(x)=x^3-x^2-4x+4$

$$= x^2(x-1)-4(x-1)$$

$$= (x-1)(x^2-4)$$

$$= (x-1)(x-2)(x+2)$$

Determinamos las raíces haciendo $Q(x)=0$

$$(x-1)(x-2)(x+2)=0$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} (x-1)=0 \to x=1 \\ (x-2)=0 \to x=2 \\ (x+2)=0 \to x=-2 \end{array}\right\} \text{Son las raices.}$$

$\therefore$ Las raices son $\{-2, 1, 2\}$

En conclusion, el teorema del resto me permite obtener las raices de un polinomio y a la vez factorizarlo cuando no podamos