Universidad de Tarapacá
Facultad de Ciencias
Dpto. de Matemática

TALLER 5 - ÁLGEBRA I

Producto Cartesiano y Relaciones.

1. Determinar la cardinalidad del conjunto $A \times B$, donde:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, -12 < x + 6 < 20\} \quad \text{y} \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, 10 < x^2 < 400\}$$

2. Hallar por extensión, el conjunto $M = \{(s, t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \,/\, (s^2 + 3s, t^2 - 7t) = (-2, -12)\}$.

3. Dados los conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \,/\, x = \tfrac{1}{3}(2k - 1),\, k \in \mathbb{N}\} \quad \text{y} \quad B = \{x \in \mathbb{N} \,/\, x^2 + 1 \leq 12\}$$

determinar el conjunto $(A \cap B) \times (B - A)$.

4. Dadas las relaciones:

$$R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \,/\, x^2 - 2y = 3\} \quad \text{y} \quad R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \,/\, x > y \lor x < y\}$$

determinar $R_1 - R_2$.

5. En $\mathbb{Z}$ se define la relación T como $(x, y) \in T \iff x - y$ es divisible por 5. Determinar cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas:

a) $(x, y) \in T \Longrightarrow (y, x) \in T$

b) $(x, 4) \in T \Longrightarrow x$ es múltiplo de 5

c) $(2, 17) \in T$

d) $(7n, -8n) \in T, \forall\, n \in \mathbb{N}$

6. Sea $A = \{2, 3, 5, 6\}$ y las relaciones:

$$R_1 = \{(x, y) \in A^2 \,/\, x \text{ es divisible por } y\} \quad \text{y} \quad R_2 = \{(x, y) \in A^2 \,/\, xy \geq 15\}$$

Si $R = (R_1 \cup R_2)^c - (R_1 - R_2)^{-1}$, determinar $\text{Dom}(R)$, $\text{Rec}(R)$ y R^{-1}.

7. Graficar las siguientes relaciones:

a) $R_1 = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, y = -\sqrt{x}\,\right\}$

b) $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, xy - 2x - 3y + 6 = 0\}$

c) $R_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, y < x^2\}$

d) $R_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, 2 < |x - 4| \leq 12\}$

e) $R_5 = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \,/\, 1 < x < 4 \land \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1\}$

f) $R_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} < 1 \land y \geq 3x - 2\}$