Taller 4

1)

a) $A \cap B = A - (A - B)$

① $A - (A - B) = A \cap (A - B)^c$

$= A \cap (A \cap B^c)^c$

$= A \cap (A^c \cup B)$

$= (A \cap A^c) \cup (A \cap B)$

$= \emptyset \cup A \cap B$

$= A \cap B$

2)

$A \cap B = (A \cap B) \cup \emptyset$

$= (A \cap B) \cup (A \cap A^c)$

$= A \cap (B \cup A^c)$

$= A \cap (A^c \cup B)$

$= A \cap (A \cap B^c)^c$

$= A \cap (A - B)^c$

$= A \cap (A - B)^c$

$= A - (A - B)$ //

Escaneado con CamScanner

b) $A-(B\cup C) = (A-B)\cap(A-C)$

1. $A-(B\cup C) = A\cap(B\cup C)^c$

$= A\cap(B^c\cap C^c)$

$= A\cap A\cap B^c A\, C^c$

$= (A\cap B^c)\cap(A\cap C^c)$

$= (A-B)\cap(A-C)$ //

2. $(A-B)\cap(A-C) = (A\cap B^c)\cap(A\cap C^c)$

$= A\cap B^c\cap A\cap C^c$

$= A\cap(B^c\cap C^c)$

$= A\cap(B\cup C)^c$

$= A-(B\cup C)$ //

c) $A-B = A \Delta (A \cap B)$

① $A \Delta (A \cap B) = [A - (A \cap B)] \cup [(A \cap B) - A]$ op 1

$= [A \cup (A \cap B)] - [A \cap (A \cap B)]$ op 2

Yo usaré op 2:

$A \Delta (A \cap B) = [A \cup (A \cap B)] - [A \cap (A \cap B)]$

$= [(A \cup A) \cap (A \cup B)] - (A \cap B)$

$= [A \cup (A \cap B)] \cap (A \cap B)^c$

$= \{A \cap (A \cap B)^c\} \cup \{(A \cap B) \cap (A \cap B)^c\}$

$= \{A \cap (A^c \cup B^c)\} \cup \emptyset$

$= (A \cap A^c) \cup (A \cap B^c)$

$= \emptyset \cup (A \cap B^c)$

$= A \cap B^c = A - B$

(2) $A - B = A \cap B^c$

$= (A \cap A^c) \cup (A \cap B^c)$

$= A \cap (A^c \cup B^c)$

$= \{A \cap (A \cap B)^c\} \cup \{(A \cap B) \cap (A \cap B)^c\}$

$= [A \cup (A \cap B)] \cap (A \cap B)^c$

$= [A \cup (A \cap B)] - (A \cap B)$

$= [A \cup (A \cap B)] - [(A \cap A) \cap B]$

$= [A \cup (A \cap B)] - [A \cap (A \cap B)]$

$= A \Delta (A \cap B)$ //

d) $B \cap [(B^c \cup A)^c \cup (A \cup B)^c] = B - A$

① $B \cap [(B^c \cup A)^c \cup (A \cup B)^c] =$

$= B \cap [(B \cap A^c) \cup (A^c \cap B^c)]$

$= B \cap [A^c \cap (B \cup B^c)]$

$= B \cap [A^c \cap U]$

$= B \cap A^c$

$= B - A$ //

② $B - A = B \cap A^c$

$= B \cap [A^c \cap U]$

$= B \cap [A^c \cap (B \cup B^c)]$

$= B \cap [(B \cap A^c) \cup (A^c \cap B^c)]$

$= B \cap [(B^c \cup A)^c \cup (A \cup B)^c]$ //

e) $(K \cap M) - (N \cap K) = (K \cap N^c) - M^c$

① $(K \cap M) - (N \cap K) = (K \cap M) \cap (N \cap K)^c$

$= (K \cap M) \cap (N^c \cup K^c)$

$= \{K \cap (N^c \cup K^c)\} \cap \{M \cap (N^c \cup K^c)\}$

$= \{(K \cap N^c) \cup (K \cap K^c)\} \cap \{$

$\boxed{(K \cap N^c \cap M}$

② $(K \cap N^c) - M^c = \cancel{(K \cap N^c)} \cap M$

e) $(K \cap M) - (N \cap K) = (K \cap N^c) - M^c$

① $(K \cap M) - (N \cap K) = (K \cap M) \cap (N \cap K)^c$

$= (K \cap M) \cap (N^c \cup K^c)$

$= K \cap \{M \cap (N^c \cup K^c)\}$

$= (K \cap M) \cap (N^c \cup K^c)$

$= \{(K \cap M) \cap N^c\} \cup \{K \cap M \cap K^c\}$

$= \{(K \cap N^c) \cap M\} \cup \{(K \cap K^c) \cap M\}$

$= \{(K \cap N^c) - M^c\} \cup \{\varnothing \cap M\}$

$= \{K \cap N^c - M^c\} \cup \varnothing$

$= K \cap N^c - M^c$ //

Escaneado con CamScanner

② $K \cap N^c - M^c =$

$= \{K \cap N^c - M^c\} \cup \emptyset$

$= \{(K \cap N^c) - M^c\} \cup \{\emptyset \cap M\}$

$= \{(K \cap N^c) \cap M\} \cup \{(K \cap K^c) \cap M\}$

$= \{(K \cap M) \cap N^c\} \cup \{K \cap M \cap K^c\}$

$= (K \cap M) \cap (N^c \cup K^c)$

$= (K \cap M) \cap (N \cap K)^c$

$= (K \cap M) - (N \cap K)$ //

2) dado $A = \{a, b\}$

$B = \{\emptyset, a\}$

a) $P(A) =$

① $A = \{a, b\} = 2^2 = 4$

$\Rightarrow \underline{P(A)} = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

b) $P(B)$:

$B = \{\emptyset, a\} : 2^2 = 4$

$\Rightarrow P(B) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$

c) $A \cap P(A)$

d) $P(P(A))$

ante $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$

$P(P(A)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{a\}\}, \{\{b\}\}, \{\{a,b\}\},$
$\{\emptyset, \{a\}\}, \{\emptyset, \{b\}\}, \{\emptyset, \{a,b\}\},$
$\{\{a\}, \{b\}\}, \{\{a\}, \{a,b\}\}, \{\{b\}, \{a,b\}\},$
$\{\emptyset, \{a\}, \{b\}\}, \{\emptyset, \{a\}, \{a,b\}\},$
$\{\emptyset, \{b\}, \{a,b\}\}, \{\{a\}, \{b\}, \{a,b\}\},$
$\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}\}$

e) $P(A \cup B) - P(A \cap B)$

① $A \cup B = \{a, b, \emptyset\}$

② $A \cap B = \{a\}$

$\Rightarrow P(A \cap B) = \{\emptyset, \{a\}\}$ *

$P(A \cup B) = \{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset\}, \{b\}, \{a,b\},$
$\{a, \emptyset\}, \{b, \emptyset\}, \{a, b, \emptyset\}\}$

$\Rightarrow$ e) $\Rightarrow P(A \cup B) - P(A \cap B) = \{\emptyset$

Escaneado con CamScanner

③

$$A = \{\{2\}, \{2,3\}, 5\}$$

Determinar el valor de verdad

a) $\exists x \in P(A) / \{2,3\} \subseteq X$

① ¿ $P(A)$?

$\to P(A) = \{\emptyset, \{\{2\}\}, \{\{2,3\}\}, \{5\}, \{\{2\}, \{2,3\}\},$
$\{\{2\}, 5\}, \{\{2,3\}, 5\}, \{\{2\}, \{2,3\}, 5\}\}$

ⓑ $\{\{2\}, \{2,3\}\} \in P(A)$.

Si es verdad

~~Demostrar~~ las proposiciones:

Si $a \in \mathbb{Q} - \{0\}$ y $r \in \mathbb{I}$, entonces $ar \in \mathbb{I}$

Sea $a = \frac{u}{s}$; $u \in \mathbb{Z}$; $s \in \mathbb{Z}$

$r = \mathbb{I}$

$\Rightarrow \quad a = \frac{u}{s} = \frac{u}{s} \cdot 1$

$= \frac{u}{s} \cdot \frac{r}{r} = \frac{u \cdot r}{s \cdot r} = \frac{p}{m}. \Rightarrow\Leftarrow$

¿Es racional?

$\therefore$ c es un entero impar, entonces la ecuación $n^2+n+c=0$ no tiene solución entera

Si c $\in$ entero impar

$\Rightarrow$ $\boxed{c = 2k+1}$

sea $c = 2n+1$; $n \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow$ luego $n^2+n+c=0$; $c=2n+1$, por Hipótesis

$$n^2+n+c = n^2+n+(2n+1)$$
$$= n^2+n+2n+1$$
$$= n^2+3n+1$$; sea $n \in \mathbb{Z}$ un número cualquiera que es la incógnita

$\Rightarrow$ Como es cuadrático:

$$\Delta = b^2-4ac$$
$$= 9-4\cdot 1\cdot 1$$
$$= 9-4$$
$$= 5 \geq 0$$

$$n^2+3n+1 = (n \quad)(n +$$

$$* \cancel{n^2+3n+1} = n^2+3n+1 + \cancel{2n \cdot \frac{3}{2}} - 2n \cdot \frac{3}{2} *$$

$$n^2+3n+1 = n^2+3n+1+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2$$
$$= n^2+3n+\left(\frac{3}{2}\right)^2+1-\frac{9}{4}$$
$$= \left(n+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$$

$\Rightarrow$ Recordemos: $n^2+n+c \geq 0$; antes:

$$n^2+n+c = n^2+3n+1$$

$$= n^2+3n+\left(\frac{3}{2}\right)^2+1-\frac{9}{4}$$

$$= \left(n+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$$

$$= \left(n+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$= \left(n+\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(n+\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$$

Entonces

$$\left(n+\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(n+\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \geq 0$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{3}{2} \quad \vee \quad n \geq -\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{3}{2}$$

donde $n \notin \mathbb{Z}$

ambre del 201

c) si $m, n \in \mathbb{Z}$ son tales que $m^2+n^2=0$, entonces $m=0 \wedge n=0$

osea $m^2+n^2=0 \Rightarrow m=0 \wedge n=0$

por contra recíproca

$p \Rightarrow q \equiv -q \Rightarrow -p$

luego: $m \neq 0 \vee n \neq 0 \Rightarrow m^2+n^2 \neq 0$

① si $m \neq 0 \Rightarrow m^2+$

Escaneado con CamScanner

3)

350 emplean

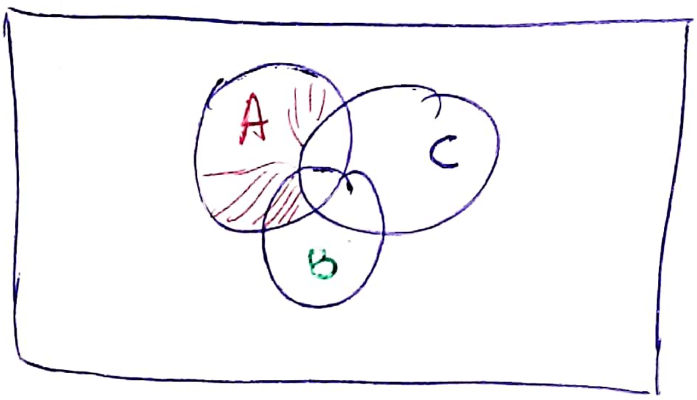
5) Datos:

1) 350 empleados → 160 obtubieron + sueldo → A

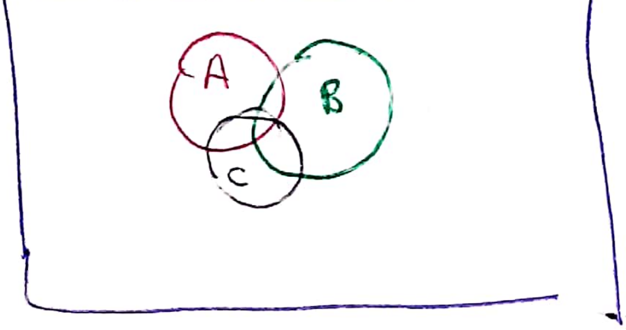
100 fueron ascendidos → B

60 fueron ascendidos y subido sueldo → C

a) R solo 160 empleados



b) R 30 empleados no fueron asendidos ni aumento su sueldo



$$\begin{array}{r} 350 \text{ total} \\ -160 \\ -100 \\ -60 \end{array} \Big\} 320$$

$$\begin{array}{r} 350 \\ -320 \\ \hline 30 \end{array}$$