taller 3 (pagina 21)

Parte 1:

Ejercicio a):

Datos $a, b \in \mathbb{Z}$ a es impar
b es par $\Rightarrow 2a^2 - 3b^2 + 1 \in \mathbb{Z}$
impar

+ Hipotesis:

$a, b \in \mathbb{Z}$ $a \begin{cases} \to 2n-1 \\ \to 2n+1 \end{cases} ; n \in \mathbb{Z}$

$b \to 2n \; ; n \in \mathbb{Z}$

+ Tesis

$2a^2 - 3b^2 + 1 = \begin{cases} \to 2k-1 \\ \to 2k+1 \end{cases} ; k \in \mathbb{Z}$

c)

$2a^2 - 3b^2 + 1 =$

$= 2(2n+1)^2 - 3(2n)^2 + 1$

$= 2(4n^2 + 4n + 1) - 3 \cdot 4n^2 + 1$

$= 8n^2 + 8n + 2 - 12n^2 + 1$

$= 8n - 4n^2 + 2 + 1$

$= 2(4n - 2n^2 + 1) + 1$; por clausula aditiva y multiplicativa

$= \underbrace{2k + 1}_{\text{impar}}$ ✓

∴ sea $2a^2 - 3b^2 + 1 = 2k + 1$

∴ es impar y queda demostrado

Escaneado con CamScanner

c) Si $x, y \in \mathbb{R}$ tal que $xy = 0$, entonces $x = 0 \vee y = 0$

Hipotesis : $xy = 0$

tesis : $x = 0 \vee y = 0$

* forma de ver *

$yx = 0 \Rightarrow x = 0 \vee y = 0$

(contradicción)

* $p \Rightarrow q \equiv (p \wedge \bar{q}) \Rightarrow F$ *

$yx = 0 \wedge x \neq 0 \wedge y \neq 0$

sea $x = x \cdot 1$

$= x \cdot \frac{y}{y}$

$= xy \cdot \frac{1}{y}$

$= 0 \cdot \frac{1}{y}$

$= 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$ ($\Rightarrow \Leftarrow$)

$\therefore$ Por contradicción tenemos que

$xy = 0 \Rightarrow x = 0 \lor y = 0$

1) Si: $3n+2 \in \mathbb{Z}$ y es impar

entonces n es numero entero impar

$$3n+2 = 2n+1 \qquad \Rightarrow \quad n = 2n+1 \; ; n \in \mathbb{Z}$$
$$= 2n-1 \qquad\qquad\qquad = 2n-1$$

*

por contro reciproco

$$p \Rightarrow q \equiv \bar{q} \Rightarrow \bar{p}$$

$$n = 2p \Rightarrow 3n+2 = 2p \; ; p \in \mathbb{Z}$$

*

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Hipotesis: } 3n+2 = 2n+1 \\ \qquad\qquad\quad = 2n-1 \\ \text{tesis } \quad n = 2n-1 \\ \qquad\qquad = 2n+1 \end{array} \right\} \text{desde el ejercicio}$$

uso controreciproco

$\Rightarrow$ Hipotesis $n = 2k \; ; k \in \mathbb{Z}$

Tesis $3n+2 = 2k \; ; k \in \mathbb{Z}$

luego

$$3n+2 = 3(2k)+2$$
$$= 2(3k+1)$$
$$= \underbrace{2k}_{\text{Par}}$$

$\therefore$ por controreciproco esta demostrado

e) Sea $n \in \mathbb{N}$, entonces:

$[(5n+3)$ es par $\vee (5n^2-2n+2)$ impar$] \Leftrightarrow n$ impar

① $5n+3$ es par $\vee$ $5n^2-2n+2$ impar $\Rightarrow$ n impar

② n impar $\Rightarrow$ $5n+3$ es par $\vee$ $5n^2-2n+2$ impar

Hipotesis

② si n impar = $n = 2n+1$

$= 2n-1$

$\Rightarrow n = 2n-1$; $n \in \mathbb{N}$

luego

$5n+3 = 5(2n-1)+3$

$= 2 \cdot 5n - 5 + 3$

$= 2 \cdot 5n - 2$

$= 2(5n-1)$

$= \underbrace{2u}_{\text{par}}$ //

$5n^2 - 2n + 2$ impar

veo $5n^2 - 2n + 2 = 5(2n-1)^2 - 2(2n-1) + 2$

$= 5(4n^2 - 4n + 1) - 4n + 2 + 2$

$= 20n^2 - 20n + 5 - 4n + 4$

$= 20n^2 - 20n - 4n + 9$

$= 20n^2 - 24n + 10 - 1$

$= 2(10n^2 - 12n + 5) - 1$

$= \underbrace{2u - 1}_{\text{forma impar}}$

luego n impar $\Rightarrow$ $5n+3$ par $\vee$ $5n^2 - 2n + 2$ impar

V $\vee$ V //

① usare contrarecíproca:

n par $\Rightarrow$ $5n+3$ impar $\wedge$ $5n^2-2n+2$ par

como n par (Hipotesis) $\Rightarrow$ $n=(2p)$; $p \in \mathbb{N}$

Tesis: $5n+3$ impar

$5n^2-2n+2$ par

luego $5n+3 = 5n+3$

$= 5(2p)+3$

$= 2\cdot 5p + 4 - 1$

$= 2\cdot(5p+2) - 1$

$= \underbrace{2u-1}_{\text{impar}}$

$5n^2 - 2n + 2$ par

$= 5(2p)^2 - 2(2p) + 2$

$= 5(4p^2) - 4p + 2$

$= 2(10p^2 - 2p + 1)$

$= \underbrace{2u}_{\text{forma par}}$

como se cumple lo anterior esta demostrado todo