Apoyo Matemático tutor = ALAN Montt Clase 31/07/2020

•) Logaritmos: ¿Que es un Logaritmo?

- Logaritmo de un numero es el exponente a que hay que elevar otro numero llamado base para obtener el numero dado

Definicion:

Exponente, base, Argumento

$$a^b = c \Rightarrow \log_a c = b$$

Argumento, base, exponente

Ejemplo: $2^3 = 8 \Rightarrow \log_2 8 = 3$

Se lee: "El logaritmo de 8 en base 2 es 3"

Propiedades del Logaritmo

- La base de un Logaritmo <u>NO</u> puede ser Negativa
- Los numeros negativos <u>NO</u> tienen Logaritmo
- Sea "a" cualquier numero real positivo, siempre se cumple que:

siempre se cumple que:

$$\left[\begin{array}{l} 1)\ \log_a 1 = 0 \\ 2)\ \log_a a = 1 \end{array}\right]$$

- Los numeros mayores que 1 (argumento > 1) tienen logaritmo Positivo
- Los numeros menores que 1 (argumento < 1) tienen logaritmo Negativo

- Propiedades de Aplicacion en el Logaritmo

1) $\log_c (a \cdot b) = \log_c a + \log_c b$

2) $\log_c \left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b$

3) $\log_c (a^n) = n \log_c a$

4) $\log_c 1 = 0 \qquad \log_c c = 1$

5) $\log_a a^n = n$

6) Cambio de base: $\log_a b = \log_c b$

$\log_{c} a$

7) $a^{(\log_a b)} = b$

• Logaritmo base 10:

Cada vez que veamos un logaritmo el cual su base no se vea a simple vista, el logaritmo tiene base 10.

$$\log a = \log_{10} a$$

• Logaritmos Naturales:

Son aquellos de la forma: $Ln(a) = \log_e a$ donde $e = 2{,}71828\ldots$, cumple las mismas propiedades mencionadas anteriormente

Ejercicios:

1) $\log_{\left(\frac{9}{16}\right)} x = 1\frac{1}{2}$

(16)

$$\log_{\left(\frac{9}{16}\right)} x = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{9}{16}\right)^{3/2} = x$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{\cancel{2}}\right]^{3/\cancel{2}} = x \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{3} = x$$

$$\therefore \boxed{x = \frac{27}{64}}$$

2) $$\log_x 729 = -3 \Rightarrow x^{-3} = 729$$

$$\Rightarrow x^{-3} = 9^3 \Rightarrow \left(\frac{1}{x}\right)^3 = 9^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = 9 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{9}}$$

3) $$-\log x = 2 + \frac{1}{2}\left(\log 18 + \log 8 - 2\log 25\right)$$

$$\Rightarrow \log\left(x^{-1}\right) = 2 + \frac{1}{2}\left[\log(18 \cdot 8) - \log(25^2)\right]$$

$$\Rightarrow \log(x^{-1}) = 2 + \frac{1}{2}\left[\log(18\cdot 8) - \log(25^2)\right]$$

$$\Rightarrow \log(x^{-1}) = 2 + \frac{1}{2}\left[\log\left(\frac{18\cdot 8}{25^2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \log(x^{-1}) = 2 + \log\left[\left(\frac{18\cdot 8}{25^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$\cdot \log 100 = \log_{10} 100 \Rightarrow \log_{10} 10^2 = 2$$

$$\Rightarrow \log(x^{-1}) = \log 100 + \log\left[\left(\frac{18\cdot 8}{25^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$\Rightarrow \log(x^{-1}) = \log 100 + \log\left[\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{25^2}}\right]$$

$$\Rightarrow \log(x^{-1}) = \log 100 + \log\left(\frac{12}{25}\right)$$

$$\Rightarrow \log(x^{-1}) = \log\left(\frac{\overset{\overset{4}{\cancel{20}}}{\cancel{100}}\cdot 12}{\cancel{25}\,\cancel{5}^{1}}\right)$$

$$\Rightarrow \log(x^{-}) = \log(4\cdot 12)$$

$$\Rightarrow \log(x^{-1}) = \log(48)$$

Misma base, entonces mismos argumentos

$$\Rightarrow x^{-1} = 48$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = 48 \Rightarrow \left[x = \frac{1}{48}\right]$$

Reescribir en terminos de un solo Logaritmo

a) $2\log_a(x-b) - a\log_a(x-c) + \frac{3}{4}\log_a 81 - x$

$$= \log_a(x-b)^2 - \log_a(x-c)^a + \log_a 81^{3/4} - \log_a a^x$$

$$= \log_a\left[\frac{(x-b)^2\, 81^{3/4}}{(x-c)^a\, a^x}\right] = \log_a\left[\frac{(x-b)^2\,(3^{\cancel{4}})^{3/\cancel{4}}}{(x-c)^a\, a^x}\right]$$

$$= \log_a\left[\frac{(x-b)^2\cdot 27}{(x-c)^a\, a^x}\right]$$ ✓✓ uwu

$$\left[(x-c)^a a^x\right] \checkmark$$

b) $3\log_2 a + \frac{2}{3}\log_2 125 - \frac{4}{3}\log_2 27 - a$

$= \log_2 a^3 + \log_2 125^{2/3} - \log_2 27^{4/3} - \log_2 2^a$

$= \log\left[\dfrac{a^3\ 125^{2/3}}{27^{4/3}\cdot 2^a}\right]$

$= \log\left[\dfrac{a^3\cdot(5^{\cancel{3}})^{2/\cancel{3}}}{(3^{\cancel{3}})^{4/\cancel{3}}\cdot 2^a}\right] = \log\left[\dfrac{a^3\cdot 25}{81\cdot 2^a}\right]$ uwu //