Apoyo Matematico tutor: ALAN MONTT Clase 24/07/2020

→ Sistemas de Ecuaciones NO Lineales: involucran expresiones o terminos de Grado 2

Repaso Ecc Cuadratica: $ax^2+bx+c=0$

→ Soluciones: $\Delta = b^2-4ac$

$$\begin{cases} \Delta > 0 & \text{2 soluciones Reales y distintas} \\ \Delta = 0 & \text{1 solucion Real} \\ \Delta < 0 & \text{Soluciones Complejas} \end{cases}$$

→ Metodos de Resolucion

- → Formula General: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- → Factorizacion
- → Completacion de Cuadrado

→ Graficas { Parabolas verticales ↗ $\cup$ ↘ $\cap$

Un sistema de ecuacion NO Lineal consta de al menos una ecuacion de grado 2

$$\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x-y=1 \end{cases}$$

← Contiene grados superiores a uno

Como Sugerencia, cuando tengamos un sistema de la forma:

$$\begin{cases} Ax^2+By^2=C \\ Dx+Ey=F \end{cases}$$

Conviene despejar una de las variables de la ecc de menor grado y sustituirla en la ecc de mayor grado

Ejemplo: $\begin{cases} x^2+y^2=25 \quad (i) \\ 2x-y=10 \quad (ii) \end{cases}$

1) En (i) tenemos: $2x-Y=10$, despejando Y

$$\Rightarrow \{ Y=2x-10 \}$$

2) Sustituyendo $y=2x-10$ en (i) nos queda

$$x^2+y^2=25 \xRightarrow{Y=2x-10} x^2+(2x-10)^2=25$$

Ahora tenemos una ecc de 2do Grado

3) Procedemos a resolver:

$$x^2+(2x-10)^2=25 \Rightarrow x^2+4x^2-40x+100=25$$

$$\Rightarrow 5x^2-40x+75=0 \ /:5$$

$$x^2-8x+15=0 \quad , \quad \Delta=b^2-4ac=(-8)^2-4\cdot 15$$

$$(x-5)(x-3)=0 \qquad\qquad = 64-60$$

$$\{x_1=5 \quad x_2=3\} \qquad\qquad =4>0 \rightarrow \text{Factorizable}$$

4) Determinaremos el valor de Y para cada X

Si $x_1=5 \Rightarrow Y_1=2\cdot 5-10 \Rightarrow Y_1=0$

Si $x_2=3 \Rightarrow Y_2=2\cdot 3-10 \Rightarrow Y_2=-4$

5) Determinamos el conjunto solución

$S: \{(x_1, y_1), (x_2, y_2)\}$

$\therefore S: \{(5,0), (3,-4)\}$

Otro ejemplo

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 2 \quad (i) \iff \left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{y}\right)^2 = 2 \\ xy = 1 \quad (ii) \end{cases}$$

1) Despejando en (ii) el x

$$xy = 1 \Rightarrow \left[x = \frac{1}{y}\right]$$

2) En (i) reemplazamos $x = \frac{1}{y}$

$$\frac{1}{x^2} + (x)^2 = 2 \Rightarrow \frac{1}{x^2} + x^2 = 2 \ / \cdot x^2, \ x \neq 0$$

$$\Rightarrow 1 + x^4 = 2x^2$$

3) Resolvemos la ecuacion:

$$\{x^4 - 2x^2 + 1 = 0\}$$

Es lo mismo que decir $\{(x^2)^2 - 2x^2 + 1 = 0\}$

Si hacemos un cambio de variable

$$u = x^2 \qquad u^2 = x^4$$

La ecuacion nos queda

$$u^2 - 2u + 1 = 0 \Longrightarrow (u-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad u - 1 = 0$$

Volviendo a la variable x pues $u = x^2$

$$\Rightarrow \quad x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 1 \quad x_2 = -1$$

4) Determinando el valor de y para cada x

$$\text{Si } x_1 = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{y_1} \Rightarrow y_1 = 1$$

$$\text{Si } x_2 = -1 \Rightarrow -1 = \frac{1}{y_2} \Rightarrow y_2 = -1$$

5) Determinamos el conjunto solucion

$$S: \{ (x_1, y_1), (x_2, y_2) \}$$

$$\therefore S: \{ (1, 1), (-1, -1) \}$$

Para los sistemas de la forma:

$$\begin{cases} Ax^2 + By^2 = C \\ Dx^2 + Ey^2 = F \end{cases}$$

Se sugiere utilizar el metodo de Reduccion en este tipo de sistemas

Ejemplo: $\begin{cases} 2x^2 + 4y^2 = 10 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$

$$\left\{ x^2+y^2=3 \right.$$

1) $\begin{cases} 2x^2+4y^2=10 \\ x^2+y^2=3 \quad / \cdot (-2) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \cancel{2x^2}+4y^2=10 \\ \cancel{-2x^2}-2y^2=-6 \end{cases} \Rightarrow 4y^2-2y^2=10-6$

$\Rightarrow 2y^2=4 \Rightarrow y^2=2$

$\Rightarrow (y^2-2)=0$

$\Rightarrow (y-\sqrt{2})(y+\sqrt{2})=0$

$y_1=\sqrt{2} \quad y_2=-\sqrt{2}$

2) Determinamos los valores de X para cada Y

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cada X esta ligado a dos valores de Y} \\ \quad \text{o viceversa} \\ \text{Cada y esta ligado a dos valores de X} \end{array} \right\}$

Si $y_1=\sqrt{2}$, en $x_1^2+y_1^2=3$ tenemos

$\Rightarrow x_1^2+2=3 \Rightarrow x_1^2=-1 \quad /\sqrt{}$

$\Rightarrow x_1 = \pm \underbrace{\sqrt{-1}}_{i}$ $\nearrow x_{1a}=i$, $\searrow x_{1b}=-i$

Si $y_2 = -\sqrt{2}$, en $x_2^2 + y_2^2 = 3$ tenemos

$$\Rightarrow x_2^2 + 2 = 3 \Rightarrow x_2^2 = -1 \quad /\sqrt{\ }$$

$$\Rightarrow x_2 = \pm\sqrt{-1} \begin{cases} x_{2a} = i \\ x_{2b} = -i \end{cases}$$

3) Determinamos el conjunto solucion

$$S : \{(x_{1a}, y_1), (x_{1b}, y_1), (x_{2a}, y_2), (x_{2b}, y_2)\}$$

$$\therefore S : \{(i, \sqrt{2}), (-i, \sqrt{2}), (i, -\sqrt{2}), (-i, -\sqrt{2})\} \, //$$

Consultar:

•) $x^3 = 8$

$x^1 \rightarrow 1$ solucion
$x^2 \rightarrow 2$ soluciones
$x^3 \rightarrow 3$ soluciones

$$\Rightarrow x^3 - 8 = 0 \quad // \text{ Diferencia de Cubos}$$

$$(x-2)(x^2+2x+4) = 0$$

(i) $(x-2) = 0 \longrightarrow x_1 = 2$

(ii) $(x^2+2x+4) = 0 \longrightarrow x = ?$

Resolviendo (ii) $x^2+2x+4 = 0$

Aplicando la formula general

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4\cdot 4}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}\overbrace{\sqrt{-1}}^{i}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}\, i}{2} \Rightarrow x = \frac{-\cancel{2} \pm \cancel{2}\sqrt{3}\, i}{\cancel{2}}$$

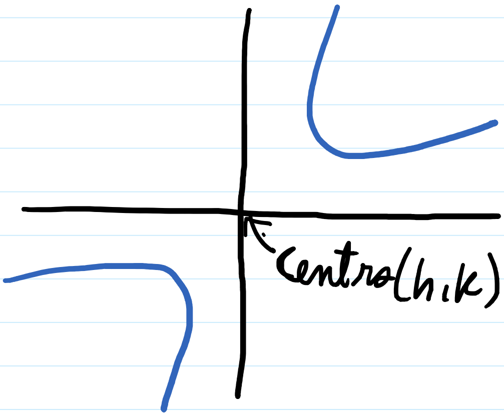
$$\Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}\, i \quad \begin{cases} x_2 = -1 + \sqrt{3}\, i \\ x_3 = -1 - \sqrt{3}\, i \end{cases}$$

Los valores de x que cumplen $x^3 = 8$

son $S: \{2, -1+\sqrt{3}\, i, -1-\sqrt{3}\, i\}$

En esta evaluacion <u>NO</u> se pedira <u>Graficar</u>

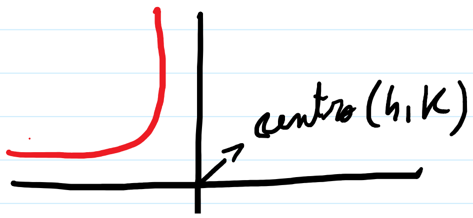
•) Hiperbola Diagonal o Equilatera



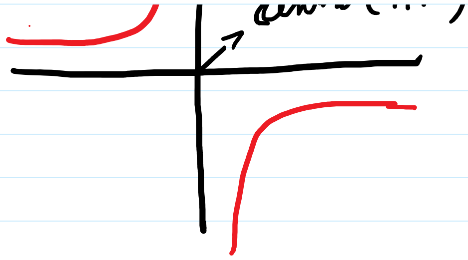
Su ecuacion es $(x-h)(y-k) = 1$

Si el 1 vale 2, 3, cualquier valor mayor a 1, las hiperbolas se separan mucho mas

Si tenemos $(x-h)(y-k) = -1$



Si cambiamos -1, por, $-2, -3$ etc..., aumenta su distancia



etc ..., aumenta su distancia

•) Siempre considerar el valor de la discriminante

•) Teoría basica: todo numero Real al cuadrado es positivo

$X^2 = -10$ // X = complejo, involucra al i

•) $\sqrt{-1} = i$, $\sqrt{-100} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{100}\, i$

•) Los graficos son en el plano Real XY, por lo tanto no se consideran las soluciones complejas.