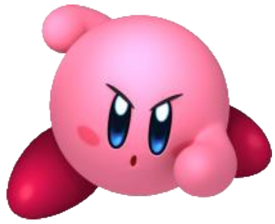
Apoyo Matematica tutor = ALAN MONTT Clase = 10/07/2020



Ecuacion Cuadratica (Ecc de 2do Orden)

$\rightarrow$ $ax^2+bx+c=0$ $\rightarrow$ Representa la interseccion de la parabola con el eje X

[$y=\underbrace{ax^2+bx+c}_{\text{Parabola Vertical}}$ cuando $y=0$ intersecta al eje X]

¿Como se resuelve?

$\rightarrow$ Formula $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\rightarrow$ Completacion de Cuadrados

$\rightarrow$ Factorizacion

- **Formula General**

Sea la ecuacion $ax^2+bx+c=0$

1) Completaremos cuadrados

$$ax^2+bx+c=0 \quad /:a$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x^1+\frac{c}{a}=0 \quad , \quad D=?$$

$$-2x^2+3x+1$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}+D-D=0$$

2

¿Cuanto vale D=?? $D=\left(\frac{b}{2a}\right)$

$$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2=0$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \underbrace{x^2+2\left(\frac{b}{2a}\right)x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2}_{\text{Producto notable}}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \Big/ \sqrt{}$$

$$\Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{\sqrt{4a^2}}$$

$$\Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow \left\{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right\}$$

• Discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta > 0$
- → La ecuacion es factorizable
- → La ecuacion tiene 2 solucion Reales y distintos

Si $\Delta = 0$
- → La ecuacion es factorizable
- → La ecuacion tiene 1 solucion Real
  La ecuacion tiene 2 solucion Reales e identicos

Si $\Delta < 0$
- → La ecuacion no es factorizable
- La ecuacion tiene 2 soluciones complejas

• Ejemplito: $x^2 + x + 1 = 0$, $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$

1) $\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$

2) Cuando no se puede factorizar, se utiliza la Formula General

3) $$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \begin{cases} \nearrow x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \searrow x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{-3}}{2} = \dfrac{-1 + \sqrt{3}\sqrt{-1}}{2} = \dfrac{-1 + \sqrt{3}\,i}{2} \\ x_2 = -1 - \sqrt{3} \ldots = -1 - \sqrt{3}\sqrt{-1} \ldots = -1 - \sqrt{3} \ldots \end{cases}$$

$$\left\{ X_2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2} = \frac{-1-\sqrt{3}\,\boxed{\sqrt{-1}}}{2} = \frac{-1-\sqrt{3}\,i}{2} \right.$$

Ejemplo: Numero Complejo

$$X = A + Bi \,, \quad A = \text{Parte Real} = Re\{X\}$$
$$B = \text{Parte Imaginaria} = Im\{X\}$$

$$X_2 = \frac{-1-\sqrt{3}\,i}{2} = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,i \quad \begin{cases} \nearrow Re\{X\} = -\frac{1}{2} \\ \searrow Im\{X\} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

- Factorización: es recomendable factorizar primero a ocupar la formula en los casos para $\Delta > 0$ o $\Delta = 0$

$$X^2 + 28X + 195 = 0$$

$$\Rightarrow (X+13)(X+15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} X_1 + 13 = 0 \Rightarrow X_1 = -13 \\ X_2 + 15 = 0 \Rightarrow X_2 = -15 \end{cases}$$

- Completación de Cuadrados:

$$2X^2 + 6X + 6 = 0$$

$$2(X^2 + 3X + 3) = 0 \ / :2$$

$$X^2 + 3X + 3 = 0 \rightarrow X^2 + 3X + 3 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2-3$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\left(\left(\frac{3}{2}\right)^2-3\right)$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{-3}{4}$$ / tiene relación con números complejos

$$\Rightarrow \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{-3}{4} \Big/ \sqrt{\ }$$

$$\Rightarrow x+\frac{3}{2}=\frac{\pm\sqrt{-3}}{2} \Rightarrow x=\frac{-3}{2}\pm\frac{\sqrt{-3}}{2}$$

$$\begin{cases} x_1=\frac{-3}{2}+\frac{\sqrt{-3}}{2}=\frac{-3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i \\ x_2=\frac{-3}{2}-\frac{\sqrt{-3}}{2}=\frac{-3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

- $3x^2-4x+1=0$

1) $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\cdot(3)\cdot(1)=16-12=4$

2) $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{4}}{2\cdot 3}=\frac{4\pm 2}{6}$

$$\begin{cases} x_1=\frac{4+2}{6}=\frac{\cancel{6}}{\cancel{6}}=1 \\ x_2=\frac{4-2}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \end{cases} \quad \therefore S=\left\{1,\frac{1}{3}\right\}$$

- $x+1+\frac{3}{(x+3)}=0 \Big/ \cdot(x+3) ;\ x\neq -3$

- $x+1+\dfrac{3}{(x+3)}=0 \;/\cdot(x+3)\;;\; x\neq -3$

$\Rightarrow (x+1)(x+3)+3=0$

$\Rightarrow x^2+4x+3+3=0$

$\Rightarrow \boxed{x^2+4x+6=0}$ de la forma $ax^2+bx+c=0$

1) $\Delta=b^2-4ac=4^2-4\cdot(1)(6)=16-24=-8<0$

$\therefore$ Soluciones complejas

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4\pm\sqrt{-8}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{8}\,i}{2}$$

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{-4+\sqrt{8}\,i}{2} \Rightarrow x_1=\dfrac{-4+2\sqrt{2}\,i}{2}=-2+\sqrt{2}\,i \\ x_2=\dfrac{-4-\sqrt{8}\,i}{2} \Rightarrow x_2=\dfrac{-4-2\sqrt{2}\,i}{2}=-2-\sqrt{2}\,i \end{cases}$$

$$\boxed{\therefore S:\{(-2+\sqrt{2}\,i),(-2-\sqrt{2}\,i)\}}$$

- $\dfrac{x+1}{(x+5)}+\dfrac{x+5}{(x+1)}=5 \;/\cdot(x+5)(x+1),\; x\neq -5,\; x\neq -1$

$\Rightarrow (x+1)(x+1)+(x+5)(x+5)=5(x+5)(x+1)$

$\Rightarrow x^2+2x+1+x^2+10x+25=5(x^2+6x+5)$

$\Rightarrow \; 2x^2+12x+26=5x^2+30x+25$

$\Rightarrow \; 0 = 5x^2-2x^2+30x-12x+25-26$

$\Rightarrow \boxed{3x^2+18x-1=0}$ de la forma $ax^2+bx+c=0$

1) $\Delta = b^2-4ac = 18^2-4\cdot 3\cdot(-1) = 324+12 = 336>0$

2) Formula:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-18\pm\sqrt{336}}{6}=\frac{-18\pm 4\sqrt{21}}{6}$$

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{-18+4\sqrt{21}}{6}=\dfrac{-9+2\sqrt{21}}{3} \\ x_2=\dfrac{-18-4\sqrt{21}}{6}=\dfrac{-9-2\sqrt{21}}{3}\end{cases}$$

$\therefore S=\left\{\left(\dfrac{-9+2\sqrt{21}}{3}\right),\left(\dfrac{-9-2\sqrt{21}}{3}\right)\right\}$

- Interpretacion grafica

$ax^2+bx+c=0$ $\rightrightarrows$ $\cup$ / $\cap$ Son parabolas verticales

$$\left[\begin{array}{l} \text{Si } a>0 \to \cup \\ \text{Si } a<0 \to \cap \end{array}\right., \quad \text{Vertice de Parabola} = \left(\frac{-b}{2a}, -\frac{(b-4ac)}{4a}\right)$$

Las Raices o Soluciones, me dicen en que puntos del eje X me intersecta la parabola

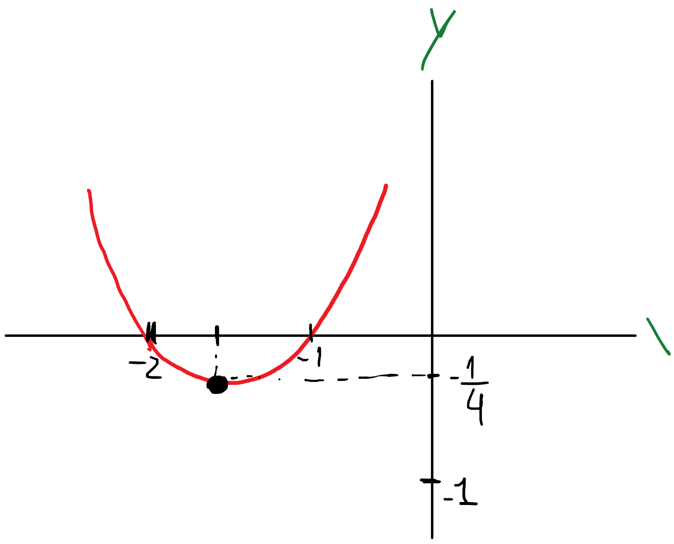
- $x^2+3x+2=0 \Rightarrow (x+2)(x+1)=0$ $\begin{array}{l} \nearrow x_1=-1 \\ \searrow x_2=-2 \end{array}$

- $x^2+3x+2=0 \Rightarrow (x+2)(x+1)=0$ → $x_1=-1$, $x_2=-2$

°) $a>0 \rightarrow \cup$

°) $V=\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2-4ac}{4a}\right)=\left(\frac{-3}{2}, \frac{-1}{4}\right)$

°) Intersecta al eje x en $x_1=-1$ y $x_2=-2$



- Propiedades de las Soluciones

Sea $ax^2+bx+c=0$ y x_1, x_2 soluciones de la ecuacion cuadratica.

Se cumple:

- Suma de Raices: $x_1+x_2=\frac{-b}{a}$
- Producto de Raices: $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$