Universidad de Tarapacá
Facultad de Ciencias
Dpto. de Matemática

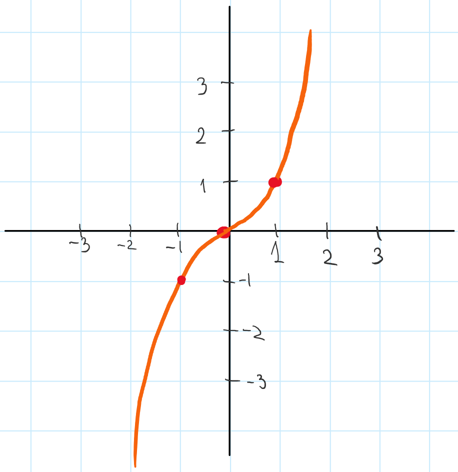
TUTORIA N°7 CÁLCULO 1

✓ Traslación Horizontal de la gráfica de una función

1. $f(x + a)$: "a" unidades hacia **izquierda**

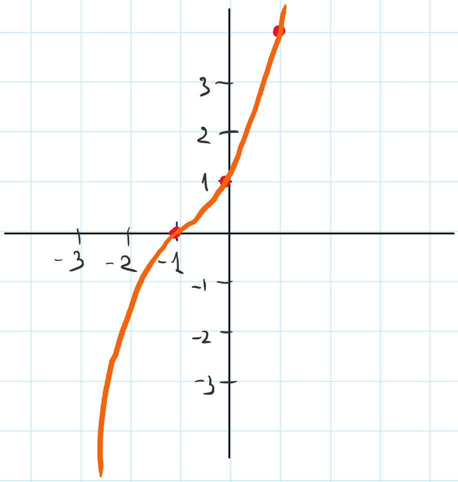
Ejemplo: $f(x) = (x + 1)^3$ $\to$ $f(x) = x^3 + 2x^2 \cdot 1 + 2x + 1^3$

i) Graficar la función $f(x) = x^3$



x	y
0	0
1	1
-1	-1

ii) Trasladar la función graficada en el paso 1 a 1 unidad a la izquierda



$f(x) = f(x+a)$, $a = 1$

$f(x) = (x+a)^3$

$f(x) = (x+1)^3$

x	y
-1	0
1	16
0	1

y

$+1 = (x+1)^3 / \sqrt[3]{\ }$

$1 = x + 1$

$x = 0$

2. $f(x - a)$: "a" unidades hacia **derecha**

Realizarlo con la función anterior.

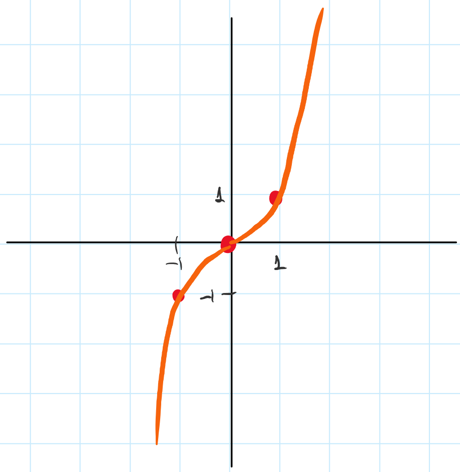
✓ Traslación Vertical de la gráfica de una función

1. $f(x) + a$: "a" unidades hacia **arriba**

Ejemplo: $f(x) = x^3 + 1$

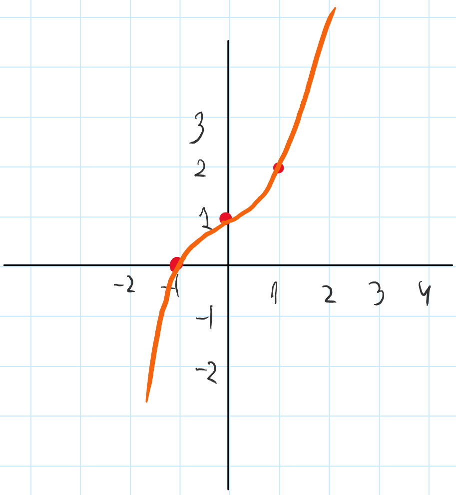
i) Graficar la función $f(x) = x^3$

x	y



x	y
0	0
1	1
-1	-1

ii) Trasladar la función graficada del paso 1 a 1 unidad hacia arriba



$f(x) = f(x)+a \quad , \quad a = 1$

$f(x) = x^3+1$

X	Y
0	1
1	2
-1	0

2. $f(x) - a$: "a" *unidades hacia* ***abajo***

Realizarlo con la función anterior.

✓ **Reflexiones**

1. $y = f(-x)$: ***Refleja la grafica con respecto al eje y***

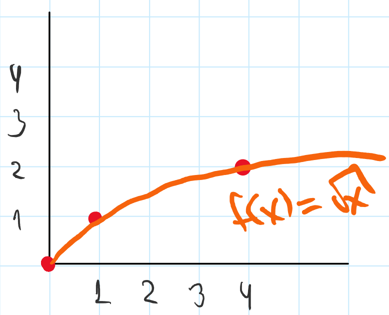
Ejemplo: $f(x) = \sqrt{-x}$

i) Graficar la función $f(x) = \sqrt{x}$

$f(x) = \sqrt{x}$

Media parabola +

C(0,0)



X	Y
0	0
1	1
4	2

$f(x) = \sqrt{x}$

$y = \sqrt{x} \;/ (\;)^2$

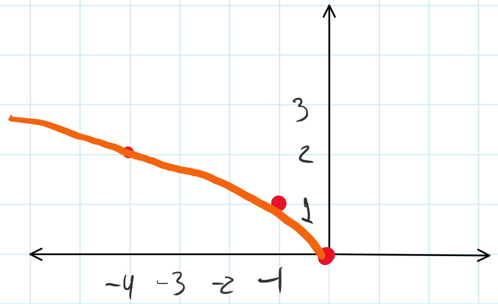
$y^2 = x$

C ⇒ Eje F // eje X

ii) Reflejar la función del paso 1 con respecto al eje y

$f(x) = f(-x) \rightarrow f(x) = \sqrt{-x}$ → Dom f

x	y



x	y
0	0
−1	1
−4	2

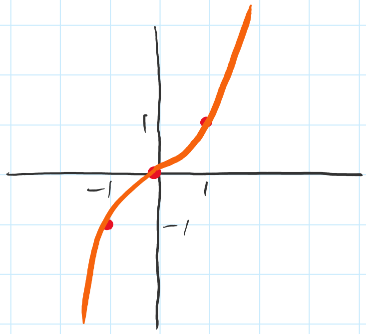
2. $y = -f(x)$: ***Refleja la grafica con respecto al eje x***

Realizarlo con la función anterior.

1. Ejercicios de Trasformaciones de funciones

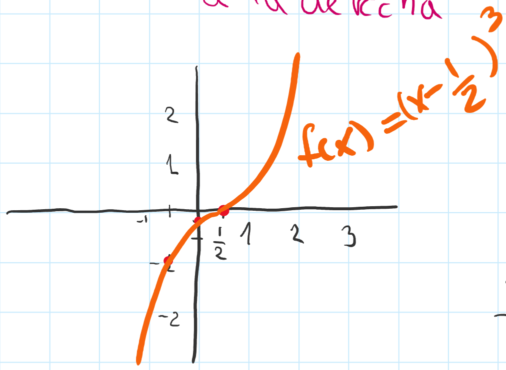
a) $f(x) = -(x - \frac{1}{2})^3$

Paso 1: Graficar la función $f(x) = x^3$



x	y
0	0
1	1
−1	−1

Paso 2: Transladar la función del paso 1 a 1/2 unid. a la derecha

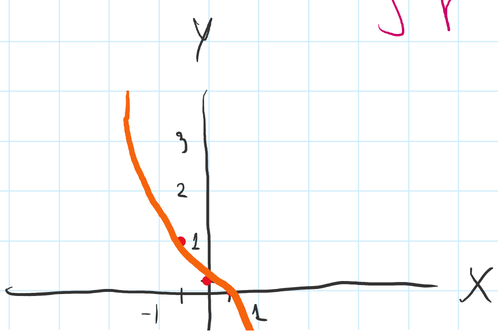


$f(x) = f(x-a)$, $a = 1/2$

$f(x) = (x - \frac{1}{2})^3$

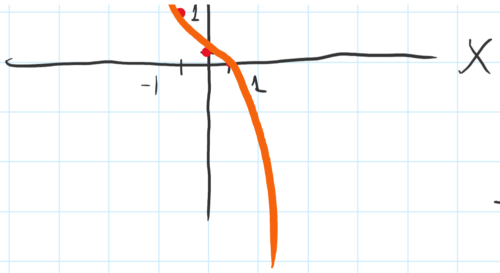
x	y
0	−1/8 ≈ 0,13
1/2	0
−1/2	−1

Paso 3 = Hacer una reflex. con respecto al eje X con la grafica del paso 2.



$f(x) = -f(x)$
$= -(x - \frac{1}{2})^3$

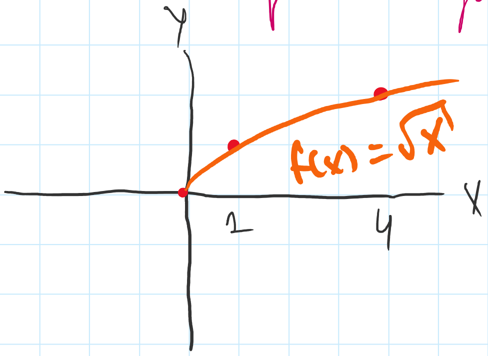
x	y
0	0,13



x	y
0	0,13
1/2	0
-1/2	1

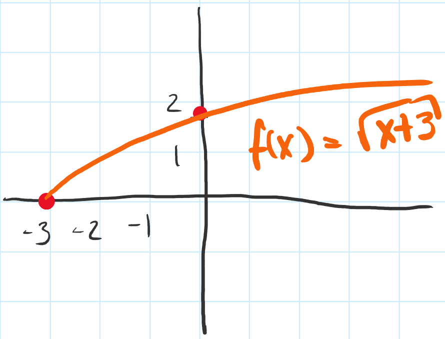
b) $f(x) = 1 - \sqrt{x+3}$

Paso 1: Graficar la función $f(x) = \sqrt{x}$



x	y
0	0
1	1
4	2

Paso 2: Trasladar la función del paso 1 a 3 unid. hacia la izquierda.

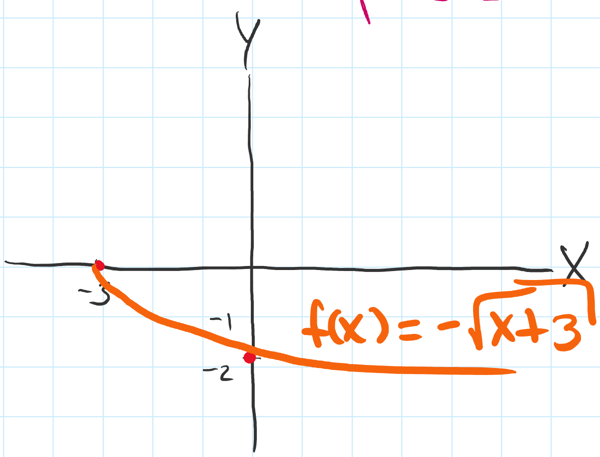


$f(x) = f(x+a)$, $a = 3$

$f(x) = \sqrt{x+3} \rightarrow$ Media parábola (+) eje focal // eje X $C(-3, 0)$

x	y
0	1,73
-3	0

Paso 3: Realizar una reflexión con respecto al eje X en la función del paso 2:



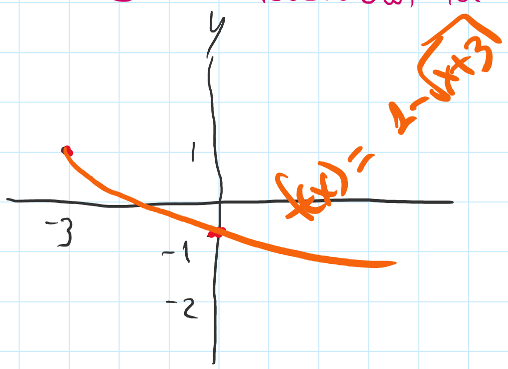
$f(x) = -f(x)$

$f(x) = -\sqrt{x+3}$

x	y
0	-1,73
-3	0

Paso 4: Trasladar la función del Paso 3 a 1 unidad hacia arriba

Paso 4: Trasladar la función del Paso 3 a 1 unidad hacia arriba



x	y
0	-0,73
-3	1

$f(x) = f(x) + a \quad , a = 1$

$f(x) = -\sqrt{x+3} + 1$

→ Parabola eje F//eje x

$C(-3, 1)$

c) $f(x) = (x+2)^2 - \frac{1}{2}$

2. **Limites**

Paso 1: Evaluar el límite en x_0 si tiene forma indeterminada tratar de eliminar esa indeterminacion.
Paso 2: Eliminar el valor que me indetermina el límite.

a) $\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}$

i) Evaluar el límite $x = 5$

x-5

$$\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5} = \frac{5^2 - 6 \cdot 5 + 5}{5 - 5} = \frac{0}{0} \to F.I$$

ii) Eliminar $x - 5$

$$\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5} = \lim_{x \to 5} \frac{\cancel{(x-5)}(x-1)}{\cancel{x-5}} = \lim_{x \to 5} x - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$\therefore \lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5} = 4$$

b) $\lim \frac{t^2 - 9}{}$

$$\therefore \lim_{x \to 5} \frac{x^2-6x+5}{x-5} = 4$$

b) $\lim_{t \to -3} \frac{t^2-9}{2t^2+7t+3}$

i) Evaluar el lim

$$\lim_{t \to -3} \frac{t^2-9}{2t^2+7t+3} = \frac{(-3)^2-9}{2(-3)^2+7\cdot(-3)+3} = \frac{0}{0} \to F.I$$

ii) eliminar $t+3$

$$\lim_{t \to -3} \frac{t^2-9}{2t^2+7t+3} = \lim_{t \to -3} \frac{(t-3)\cancel{(t+3)}}{\cancel{(t+3)}(2t+1)} = \lim_{t \to -3} \frac{t-3}{2t+1} = \frac{-3-3}{2(-3)+1} = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5}$$

ruffini

$$\begin{array}{c|ccc} & 2 & 7 & 3 \\ -3 & & -6 & -3 \\ \hline & 2 & 1 & \boxed{0} \end{array} \quad (t+3)(2t+1)$$

$$\therefore \lim_{t \to -3} \frac{t^2-9}{2t^2+7t+3} = \frac{6}{5}$$

c) $\lim_{h \to 0} \frac{(-5+h)^2-25}{h}$

d) $\lim_{t \to 0} \left(\frac{1}{t\sqrt{1+t)}} - \frac{1}{t}\right)$

e) $\lim_{x \to 1} \frac{2x^4-6x^3+x^2+3}{x-1}$

i) Evaluar limite

$$\lim_{x \to 1} \frac{2x^4-6x^3+x^2+3}{x-1} = \frac{2\cdot 1-6\cdot 1+1+3}{1-1} = \frac{0}{0} \to F.I$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^4-6x^3+x^2+3}{x-1} = \frac{2(1)^4-6(1)^3+(1)^2+3}{1-1} = \frac{0}{0} \to \text{f.i.}$$

ii) Eliminar $x-1$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^4-6x^3+x^2+3}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)}(2x^3-4x^2-3x-3)}{\cancel{(x-1)}}$$

	x^4	x^3	x^2	x	x^0
	2	-6	1	0	3
1		2	-4	-3	-3
	2	-4	-3	-3	$\boxed{0}$

$\to (x-1)(2x^3-4x^2-3x-3)$

$$= \lim_{x\to 1} 2x^3-4x^2-3x-3$$

$$= 2(1)^3-4(1)^2-3(1)-3$$

$$= 2-4-3-3 = -8$$

$$\therefore \lim_{x\to 1}\frac{2x^4-6x^3+x^2+3}{x-1} = -8$$

f) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt{x+1}}{x}$

Dato: realizar un cambio de variable